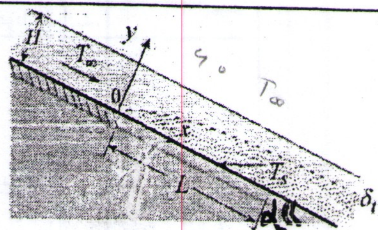
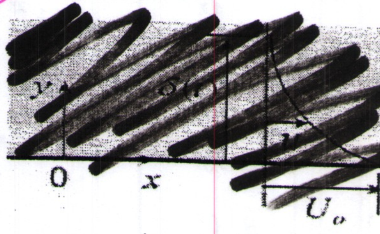
نام و نام خانوادگی دانشجو: فاطمه احمدی	برگه سوال پایان ترم درس: انتقال حرارت جابجایی نیمسال: دوم ۹۷-۱۳۹۶			دانشگاه سمنان دانشکده مهندسی
	نام استاد: محمدصادق ولی پور	گروه آموزشی: مهندسی مکانیک	تاریخ امتحان: ۹۷/۳/۸	
شماره دانشجویی: ۹۶۱۱۱۶۸۰۰۱	تعداد سوال:۴	زمان پاسخگویی:۱۸۰ دقیقه	شماره صفحه: ۱	
	استفاده از ماشین حساب: مجاز	غیر مجاز	نوع امتحان: جزوه باز جزوه بسته	

	بارم
۱- فیلم مایعی با ضخامت H توسط نیروی جاذبه از روی سطح شیب‌داری به پایین جریان دارد. سرعت محوری توسط رابطه زیر بیان می‌شود. $$u = u_o\left[2\frac{y}{H}-\frac{y^2}{H^2}\right]$$ در این رابطه u_0 سطح آزاد سیال است. سطح از فاصله $x>0$ با دمای ثابت T_s با سیال تبادل حرارت می‌کند. دمای بالادست جریان T_∞ می‌باشد. لایه مرزی را آرام بطوری که نامساوی $\delta_t/H<1$ برقرار باشد در نظر بگیرید. با صرف نظر از هدر رفت حرارت از سطح آزاد سیال و تخمین چندجمله‌ای درجه سه برای پروفیل دما، عدد نوسلت موضعی و کل حرارت منتقل‌شده از طول L و عرض W را تعیین کنید؟ حال اگر سطح شیبدار که مطابق شکل با افق زاویه α می سازد مقدار u_0 را پس از اینکه فیلم سیال به سرعت حدي مي رسد بدست آورید؟ در چه فاصله ای از سطح شیبدار ضخامت لایه مرزی حرارتی با ضخامت سیال یکسان می شود؟ 	۴۰
[redacted] تشابهی را تعریف کنید!)	۲۵
[redacted] 	۲۵
[redacted] $$h(x)=\frac{C}{\sqrt{x}}$$ [redacted]	۲۰

$\delta_t(x_0)=0$

$t^{\frac{1}{2}}$ $-\frac{1}{2}t^{-\frac{3}{2}}$

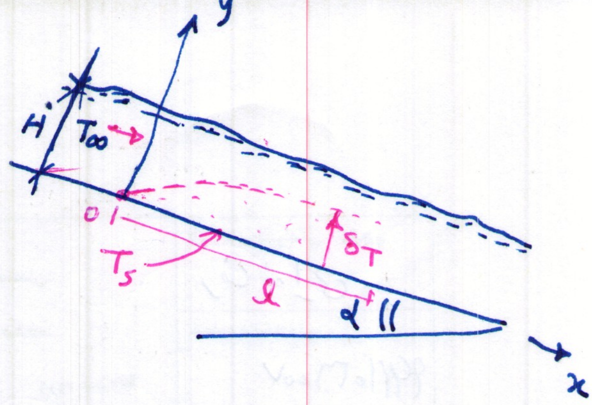
$H-H+\frac{H}{L}x$

$2L^{\frac{3}{2}}-\frac{2}{3}L^{\frac{3}{2}}$ x^2 $\frac{1}{3}x^3$

$\frac{2}{3}x\sqrt{x}$ $\int x^{-\frac{1}{2}}$ $2\sqrt{x}$

$\frac{x^{3/2}}{3/2}=\frac{L}{H}$

1)



Given: $\frac{u}{U_0} = 2\frac{y}{H} - \left(\frac{y}{H}\right)^2$

U_0 is free surface velocity

$u|_{y=H} = U_0$

T_s = wall Temperature @ $x=0$

laminar boundary layer, $\frac{\delta_t}{H} < 1$

$T = b_0 + b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^3$

Find: $Nu_x = ?$, total heat Transfer from Area "$l \times W$", $Q_{lW} = ?$

$U_0 = ?$ when the u is Terminal velocity?

then @ which x, δ_T is equal to H?

Equation: $$\frac{d}{dx}\int_0^Y u(T_\infty - T) = \frac{dT_\infty}{dx}\int_0^Y u\,dy + \alpha \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}$$

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \nabla^2 u$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}\right) = \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \nabla^2 v$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}\right) = \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \nabla^2 w$$

Assumptions: 1- steady state, 2. laminar flow

3- heat Transfer from free surface is negligible

4- Constant property. 5- $\frac{\delta_T}{H} < 1$, T_∞ = Cst

$$T = b_0 + b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^3$$

$$\begin{cases} y=0 \quad T = T_s & \longrightarrow \quad b_0 = T_s \\ y = \delta_T ,\ T = T_\infty & \longrightarrow \quad b_1\delta_T + \cancel{b_2\delta_T^2} + b_3\delta_T^3 = T_\infty - T_s \\ y = \delta_T \quad \dfrac{\partial T}{\partial y} = 0 & \longrightarrow \quad b_1 + \cancel{2b_2\delta_T} + 3b_3\delta_T^2 = 0 \\ y = 0 \quad \dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 & \longrightarrow \quad b_2 = 0 \end{cases}$$

$$b_1\delta_T + b_3\delta_T^3 = T_\infty \longrightarrow -3b_3\delta_T^3 + b_3\delta_T^3 = T_\infty - T_s$$

$$b_1 + 3b_3\delta_T^2 = 0 \longrightarrow b_1 = -3b_3\delta_T^2$$

$$\boxed{b_3 = \frac{T_\infty - T_s}{-2\delta_T^3}}$$

$$\boxed{b_1 = \frac{3}{2}\,\frac{T_\infty - T_s}{\delta_T}}$$

$$T = T_s + \frac{3}{2}\frac{T_\infty}{\delta_T}y + \frac{T_\infty}{-2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3$$

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = \frac{3}{2}\frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2}\frac{y^3}{\delta_T^3} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3$$

$$\boxed{\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3}$$

در معادله انتگرالی داریم $T_\infty = Cst$ بنابراین معادله انتگرالی به صورت زیر می‌شود

$$\frac{d}{dx}\int_0^{Y} u\,(T_\infty - T)\,dy = \alpha \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}$$

$$T - T_s = (T_\infty - T_s)\left[\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3\right]$$

$$T - T_\infty + T_\infty - T_s = (T_\infty - T_s)\left[\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3\right]$$

$$T - T_\infty = \left[T_\infty - T_s\right]\left[\frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3 - 1\right]$$

$$T_\infty - T = (T_\infty - T_s)\left[1 - \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3\right]$$

$$\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_T} u_0\left[2\frac{y}{H} - \left(\frac{y}{H}\right)^2\right](T_\infty - T_s)\left[1 - \frac{3}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta_T}\right)^3\right]dy = \alpha\left[(T_\infty - T_s)\left[\frac{3}{2}\frac{1}{\delta_T} - \cancel{\frac{3}{2}\frac{y^2}{\delta_T^3}}\right.\right.$$

o

$y_{=0}$

$$u_0\cancel{(T_\infty - T_s)}\frac{d}{dx}\int_0^{\delta_T}\left[2\frac{y}{H} - \left(\frac{y}{H}\right)^2\right]\left[1 - \frac{3}{2\delta_T}y - \frac{1}{2\delta_T^3}y^3\right]dy = \alpha\cancel{(T_\infty - T_s)}\frac{3}{2}\frac{1}{\delta_T}$$

$$\frac{y}{\delta_T} = m \rightarrow \frac{1}{\delta_T}dy = dm, \quad dy = \delta_T\, dm$$

$$\cancel{u_0}\frac{d}{dx}\left[\int_0^1\left[2\overset{\Delta}{\frac{\delta_T}{H}}m - \overset{\Delta^2}{\left(\frac{\delta_T}{H}\right)^2}m^2\right]\left[1 - \frac{3}{2}m^2 - \frac{1}{2}m^3\right]\delta_T\, dm\right) = \frac{3\alpha}{2\delta_T u_0}$$

$$\frac{d}{dx}\left[\delta_T\int^1\left(2\Delta m - 3\Delta m^3 - \Delta m^4 - \Delta^2 m^2 + \frac{3}{2}\Delta^2 m^4 + \frac{1}{2}\Delta^2 m^5\right)dm = \frac{3\alpha}{2\delta_T u_0}\right.$$

$$\frac{d}{dx}\left[\delta_T\left(\Delta m^2 - \frac{3}{4}\Delta m^4 - \frac{\Delta}{5}m^5 - \frac{\Delta^2 m^3}{3} + \frac{3}{10}\Delta^2 m^5 + \frac{1}{12}\Delta^2 m^6\right)^1\right] = \frac{3\alpha}{2\delta_T u_0}$$

$$\frac{d}{dx}\left[\delta_T\left(\Delta-\frac{3}{4}\Delta-\frac{1}{5}\Delta-\frac{1}{3}\Delta^2+\frac{3}{10}\Delta^2+\frac{1}{12}\Delta^2\right)\right]=\frac{3\alpha}{2\delta_T u_0}$$

$$\frac{d}{dx}\left[\delta_T\left[\left(\frac{20-15-4}{20}\right)\Delta+\frac{-40+36+10}{120}\Delta^2\right]\right]=\frac{3\alpha}{2\delta_T u_0}$$

$$\frac{d}{dx}\left[\delta_T\left(\frac{\Delta}{20}-\frac{\overset{6\ 1}{\cancel{7}}}{\underset{20}{\cancel{120}\ 60}}\Delta^2\right)\right]=\frac{3\alpha}{2\delta_T u_0}$$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{\delta_T^2}{20H}-\cancel{\frac{7}{60}\frac{\delta_T^3}{H^2}}\right]=\frac{3\alpha}{2\delta_T u_0}$$

$$\frac{\delta_T^3}{H^2} << \frac{\delta_T^2}{H} \longrightarrow$$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{\delta_T^2}{20H}\right]=\frac{3\alpha}{2\delta_T u_0} \longrightarrow \frac{2}{20H}\delta_T^2\frac{d\delta_T}{dx}=\frac{3\alpha}{2u_0}$$

$$\delta_T^2\frac{d\delta_T}{dx}=\frac{30\alpha}{2u_0} \longrightarrow \frac{\delta_T^3}{3}=\frac{30\alpha H}{2u_0}x+C$$

$$\begin{matrix}x=0\\ \delta_T=0\end{matrix} \longrightarrow C=0 \longrightarrow \delta_T^3=\frac{90\alpha x H}{2u_0}$$

$$\delta_T=\sqrt[3]{\frac{90\alpha x H\times x^2}{2u_0\,x^2}} \Rightarrow \frac{\delta_T}{x}=\sqrt[3]{\frac{90\alpha H}{2u_0 x^2}}$$

$$h = \frac{-k \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = \frac{-k\left[(T_\infty - T_s)\frac{3}{2}\frac{1}{\delta_T} - \cancel{\frac{3}{2}\frac{y^2}{\delta_T^3}}^{\,0}\right]_{y=0}}{(T_s - T_\infty)}$$

$$h = \frac{3}{2}\frac{k}{\delta_T}$$

$$h = \frac{3}{2}\frac{k}{x\left(\frac{90\alpha H}{2u_0 x^2}\right)^{1/3}} \longrightarrow \frac{hx}{k} = Nu_x = \frac{3}{2}\frac{1}{\left(\frac{90\alpha H}{2u_0 x^2}\right)^{1/3}}$$

$$Nu_x = \frac{3}{2}\left(\frac{2u_0 x^2}{90\alpha H}\right)^{1/3} = \frac{3}{2}\left[\frac{2u_0 H}{90\nu}\cdot\frac{\nu}{\alpha}\cdot\left(\frac{x}{H}\right)^2\right]^{1/3}$$

$$= \frac{3}{2}\left[\frac{2}{90} Re_H \; Pr \left(\frac{x}{H}\right)^2\right]^{1/3}$$

$$Nu_x = \left[\frac{\cancel{27}^{\,3}\times\cancel{2}^{\,1}}{\cancel{8}_{\,4}\times\cancel{90}_{\,10}} Re_H \; Pr\left(\frac{x}{H}\right)^2\right]^{1/3} = \boxed{\left(\frac{3}{40}\right)^{1/3} Re_H^{1/3} Pr^{1/3}\left(\frac{x}{H}\right)^{2/3}}$$

$$\frac{hx}{k} = \left(\frac{3}{40}\right)^{1/3} Re_H^{1/3} Pr^{1/3}\left(\frac{x}{H}\right)^{2/3} \longrightarrow h = \left(\frac{3}{40}\right)^{1/3} k \, Re_H^{1/3} Pr^{1/3}\left(\frac{x^{-1/3}}{H^{2/3}}\right)$$

$$q_x = h_x (T_s - T_\infty)$$

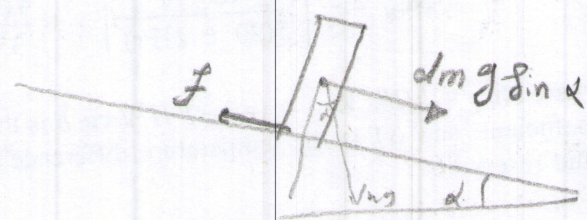
$$Q = \int q_x \, dA = \int_0^l q_x W dx = W\int_0^l \left(\frac{3}{40}\right)^{1/3} k \, Re_H^{1/3} Pr^{1/3} \frac{x^{-1/3}\,dx}{H^{2/3}}$$

$$\boxed{Q = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{4.}\right)^{1/3} K\,(T_s - T_\infty)\,W\,(Pr\,Re_H)^{1/3}\left(\frac{L}{H}\right)^{2/3}}$$

$$\frac{Q}{(T_s - T_\infty)WK} = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{4.}\right)^{1/3}(Pr\,Re_H)^{1/3}\left(\frac{L}{H}\right)^{2/3}$$

10

برای محاسبه‌ی u_0 دقت کنید سرعت سیال به سرعت ثابت می‌رسد
زمانی سرعت سیال به سرعت حدی می‌رسد که نیروی اصطکاک با نیروی وزن برابر باشد.



$$f = \tau\,dx = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} dx = \mu \frac{2u_0 W \cancel{dx}}{H} = \underbrace{\rho W H\,\cancel{dx}}_{dm}\, g \sin\alpha$$

$$u_0 = \frac{gH^2 \cancel{\rho} \sin\alpha}{2\mu} = \boxed{\frac{gH^2 \sin\alpha}{2\nu}}$$

۵

$$\delta_T = \sqrt[3]{\frac{90\alpha x H}{2u_0}} \longrightarrow \delta_T = H \longrightarrow x = X$$

$$H = \sqrt[3]{\frac{90\alpha x H}{2u_0}} \Rightarrow H^{\cancel{3}\,2} = \frac{90\alpha X \cancel{H}}{2u_0} \longrightarrow X = \frac{2u_0 H^2}{90\alpha}$$

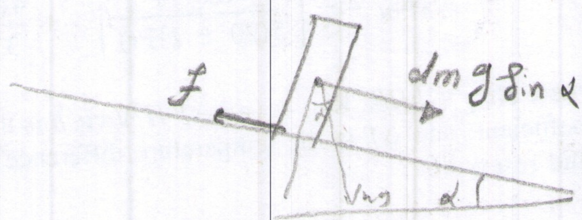
$$\boxed{X = \frac{2u_0 H^2}{90\alpha}} \longrightarrow$$ تا جایی که δ_T:
به سطح آزاد برسد ۵

$$\boxed{Q = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{4.}\right)^{1/3} K\,(T_s - T_\infty)\,W\,(Pr\,Re_H)^{1/3}\left(\frac{L}{H}\right)^{2/3}}$$

$$\cancel{Nu}\ \frac{Q}{(T_s - T_\infty)WK} = \frac{3}{2}\left(\frac{3}{4.}\right)^{1/3}(Pr\,Re_H)^{1/3}\left(\frac{L}{H}\right)^{2/3}$$ 10

برای محاسبه u_0 دقت کنید سرعت سیال به سرعت ثابت می‌رسد.

زمانی سرعت سیال به سرعت حدی می‌رسد که نیروی اصطکاک با نیروی وزن برابر باشد.



$$f = \tau\,dx = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} dx = \mu\,\frac{2u_0 W \cancel{dx}}{H} = \underbrace{\rho W H \cancel{dx}}_{dm}\, g \sin\alpha$$

$$u_0 = \frac{gH^2 \cancel{\rho} \sin\alpha}{2\mu} = \boxed{\frac{gH^2 \sin\alpha}{2\nu}}$$ 5

$$\delta_T = \sqrt[3]{\frac{90\alpha x H}{2u_0}} \longrightarrow \delta_T = H \longrightarrow x = X$$

$$H = \sqrt[3]{\frac{90\alpha x H}{2u_0}} \Rightarrow H^{\cancel{3}\,2} = \frac{90\alpha X \cancel{H}}{2u_0} \longrightarrow X = \frac{2u_0 H^2}{90\alpha}$$

$$\boxed{X = \frac{2u_0 H^2}{90\alpha}} \longrightarrow$$ تا جایی که δ_T به سطح آزاد برسد 5

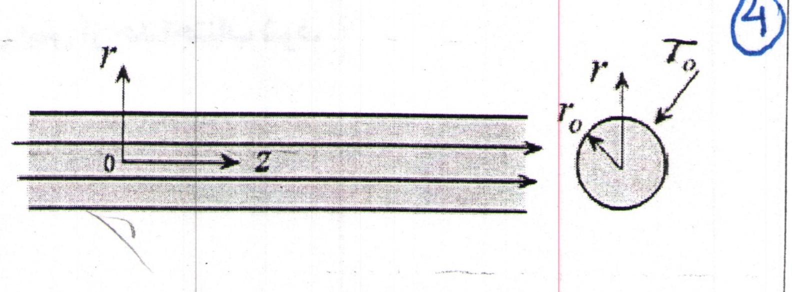
سوالات - ذخیره علم دانشجویان دانشگاه

دانشگاه سمنان دانشکده مهندسی	برگه سوال میانترم درس: انتقال حرارت جابجایی نیمسال: دوم ۱۳۹۲-۹۳ نام استاد: محمدصادق ولی پور گروه آموزشی: مهندسی مکانیک تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۳/۲۸ تعداد سوال: ٤ زمان پاسخگویی: ۱۸۰ دقیقه شماره صفحه: ۲ استفاده از ماشین حساب: مجاز غیر مجاز نوع امتحان: جزوه باز جزوه بسته	نام و نام خانوادگی دانشجو: شماره دانشجویی:

کتب باز

بارم	
۲۵	[redacted]
۲۵	[redacted]
۲۵	[redacted]
۳۵	Incompressible fluid flows in a long tube of radius r_0. The fluid is set in motion due to an axial pressure gradient $(\partial P/\partial x)$. The surface of the tube is maintained at uniform temperature T_0. Taking into consideration dissipation, assuming axisymmetric laminar flow and neglecting gravity, axial temperature variation, and end effects, determine: [a] Fluid temperature distribution. ۱۰ ۱۰ [b] Surface heat flux. ۵ [c] Nusselt number based on $T(0) - T_0$ ۵

4



دانشجوی گرامی لطفاً در پایان جلسه امتحان، برگه سوالات را همراه پاسخنامه به مسئول جلسه تحویل نمایید.

4

Given:
- Fluid motion is driven by axial pressure drop.
- tube is long, or Fully developed flow $\left(\frac{\partial}{\partial z}=0\right)$
- $\rho=$ Cont, incompressible
- Heat is generated due to viscous dissipation.
- it is removed from the fluid by Conduction @ surface.

Find:
- Temperature distribution?
- velocity distribution?
- q''_s?, Nu?

Eq: Cont. $\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho r v_r)+\cancel{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(\rho v_\theta)}+\cancel{\frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z)}=0$

mom: $\rho\left(\cancel{v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}}+\cancel{\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \theta}}+\cancel{v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}}+\cancel{\frac{\partial v_z}{\partial t}}\right)=$

$$\cancel{\rho g_z}-\frac{\partial P}{\partial z}+\mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)+\cancel{\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2}}+\cancel{\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}}\right]$$

چون تقارن محوری است از تغییرات در راستای θ و r صرفنظر شود.

Energy:

$$\cancel{\rho c_p\left[\frac{\partial T}{\partial t}+v_r\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}+v_z\frac{\partial T}{\partial z}\right]}$$

$$=k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\cancel{\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}}+\cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}}\right]+\mu\Phi$$

$$\Phi=2\cancel{\left(\frac{\partial v_r}{\partial r}\right)^2}+2\cancel{\left(\frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}+\frac{v_r}{r}\right)^2}+2\cancel{\left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2}+$$

$$\cancel{\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r}-\frac{v_\theta}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}\right)^2}+\cancel{\left(\frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial \theta}+\frac{\partial v_\theta}{\partial z}\right)^2}$$

$$+\left(\cancel{\frac{\partial v_r}{\partial z}}+\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)^2$$

Continuity: $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r v_r)=0 \longrightarrow r v_r=\text{Const}=f(z)$

حال شرط های مرزی را اعمال میکنیم شرط عدم لغزش

$v_r(r_0,z)=0$

$\rightarrow r_0 v_r=r_0 v_r(r_0,z)=0 \Rightarrow \boxed{v_r=0}$

بنابراین معادله سرعت در راستای r نیز صفر است

با ساده‌سازی معادله ممنتم به معادله زیر می‌رسیم:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{\partial v_z}{dr}\right) = 0 \quad , \quad v_z = v_z(r)$$

چون $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$, $\frac{\partial}{\partial \theta} v_z = 0$

$$\rightarrow \frac{\partial P}{\partial z} = \mu \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv_z}{dr}\right) = g(r)$$

چون v_z فقط تابع r است:

$$\boxed{P = g(r)\, z + C_0} \quad \text{I}$$

C_0 ثابت انتگرال‌گیری است که ممکن است تابع r باشد.

از معادله ناویر استوکس در راستای r در مختصات استوانه‌ای به دست آمده $\frac{\partial P}{\partial r} = 0$ می‌باشد.

بنابراین

$$dP = \frac{\partial P}{\partial z}dz + \frac{\partial P}{\partial r}dr \longrightarrow \boxed{P = f(z)} \quad \text{II}$$

$$\underline{\text{I} = \text{II}} \longrightarrow f(z) = g(r)\, z + C_0 \longrightarrow g(r) = \text{Const.}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \mu \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv_z}{dr}\right) = C$$

$$\rightarrow v_z = \frac{1}{4\mu}\frac{dP}{dz}r^2 + C_1 \ln r + C_2 \longrightarrow C_1 = 0 \,,\; C_2 = \frac{1}{4\mu}\frac{dP}{dz}r_0^2$$

$$\frac{dv_z(0)}{dr} = 0 \,,\; v_z(r_0) = 0$$

$$\boxed{v_z = -\frac{1}{4\mu}\frac{dP}{dz}\left(r^2 - r_0^2\right)}$$

★ اگر معادله انرژی را به دست آوریم: اگر از تغییرات طولی $\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ در برابر $\frac{\partial T}{\partial z}$ صرف‌نظر شود، آنگاه [illegible] جواب [illegible] خواهد بود.

$$k\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\mu\Phi=0$$

بی اندازه سازی :

$$\Phi=\left(\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)^2=\left(\frac{1}{2\mu}\frac{dP}{dz}\right)^2 r^2$$

$$\rightarrow k\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\mu\left[\frac{1}{2\mu}\frac{dP}{dz}\right]^2 r^2=0$$

$$\rightarrow \frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=-\frac{1}{4k\mu}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2 r^3$$

$$\rightarrow T=-\frac{1}{64k\mu}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2 r^4+C_3\ln r+C_4$$

$$\begin{cases} r=0\ ,\ \dfrac{dT}{dr}=0 \\ r=r_0\ ,\ T=T_0 \end{cases} \longrightarrow C_3=0,\ C_4=T_0+\frac{1}{64k\mu}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2 r_0^4$$

$$T=T_0+\frac{r_0^4}{64k\mu}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2\left(1-\frac{r^4}{r_0^4}\right)$$

$$\rightarrow q''(r_0)=-k\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_0}=-\left(\frac{dP}{dz}\right)^2\left(\frac{-4r_0^4}{\underset{16}{\cancel{64}}\mu k}\right)\left.\frac{r^3}{r_0^4}\right|_{r=r_0}=\boxed{\frac{r_0^3}{16\mu}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2}$$

$$\boxed{Nu=8}$$

$$Nu=\frac{hD}{k}=\frac{2hr_0}{k}\ ,\quad h=\frac{-k\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_0}}{(T(0)-T_0)}\longrightarrow h=\frac{\frac{r_0^3}{16\mu}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2}{\frac{r_0^4}{\cdots}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2}=\boxed{\frac{4k}{r_0}}$$

$$T(0)=T_0+\frac{r_0^4}{\cdots}\left(\frac{dP}{\cdots}\right)^2$$

$$k\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\mu\Phi=0$$

بی‌بعد سازی :

$$\Phi=\left(\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)^2=\left(\frac{1}{2\mu}\frac{dP}{dz}\right)^2 r^2$$

$$\rightarrow k\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\mu\left[\frac{1}{2\mu}\frac{dP}{dz}\right]^2 r^2=0$$

$$\rightarrow \frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)=-\frac{1}{4k\mu}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2 r^3$$

$$\rightarrow T=-\frac{1}{64k\mu}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2 r^4+C_3\ln r+C_4$$

$$\begin{cases} r=0, & \frac{dT}{dr}=0 \\ r=r_0, & T=T_0 \end{cases} \longrightarrow C_3=0,\quad C_4=T_0+\frac{1}{64k\mu}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2 r_0^4$$

$$T=T_0+\frac{r_0^4}{64k\mu}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2\left(1-\frac{r^4}{r_0^4}\right)$$

$$\rightarrow q''(r_0)=-k\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_0}=-\left(\frac{dP}{dz}\right)^2\left(\frac{-4r_0^4}{\underset{16}{64\mu k}}\right)\left.\frac{r^3}{r_0^4}\right|_{r=r_0}=\boxed{\frac{r_0^3}{16\mu}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2}$$

$Nu=8$

$$Nu=\frac{hD}{k}=\frac{2hr_0}{k},\qquad h=\frac{-k\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_0}}{(T_{(0)}-T_0)}\longrightarrow h=\frac{\frac{r_0^3}{16\mu}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2}{\frac{r_0^4}{\dots}\left(\frac{dP}{dz}\right)^2}=\frac{4k}{r_0}$$

$$T_{(0)}=T_0+\frac{r_0^4}{\dots}\left(\frac{dP}{\dots}\right)^2$$