

نام و نام خانوادگی دانشجو:	برگه سوال پایان ترم درس: انتقال حرارت جابجایی نیمسال: دوم - ۹۷ - ۱۳۹۶
فاطمه احمدی	نام استاد: محمدصادق ولی بور گروه آموزشی: مهندسی مکانیک
شماره دانشجویی:	تاریخ امتحان: ۱۴/۰۲/۰۸
۹۹۱۱۱۶۱۰۰۱	شماره صفحه: ۱
	زمان باستخیوبی: ۱۵۰ دقیقه
	نوع امتحان: جزو باز جزو بسته
	غیر مجاز
	استفاده از ماشین حساب: مجاز
	دانشکده مهندسی

بارم	<p>۱) فیلم مایع با ضخامت <math>H</math> با دامای ثابت <math>T_0</math> از روی سطح شیبداری به باذن جریان دارد. سرعت محوری توسط رابطه زیر بیان می‌شود.</p> $u = u_0 \left[ 2 \frac{y}{H} - \frac{y^2}{H^2} \right]$ <p>در این رابطه <math>u_0</math> سیال از سطح آزاد سیال است. سطح از فاصله <math>0 &lt; y &lt; H</math> با دمای ثابت <math>T_0</math> با سیال تبادل حرارت می‌کند. دمای بالا دست جریان <math>T_\infty</math> می‌باشد. لایه مرزی را آرام بطوری که نامساوی <math>1 &lt; \delta_t/H &lt; \delta_t</math> برقرار باشد در نظر بگیرید. با صرف نظر از هدر رفت حرارت از سطح آزاد سیال و تخمین چندجمله‌ای درجه سه برای پروفیل دما، عدد نوسلت موضعی و کل حرارت منتقل شده از طول <math>L</math> و عرض <math>W</math> را تعیین کنید؟ حال اگر سطح شیبدار که مطابق شکل با افق زاویه <math>\theta</math> می‌سازد مقدار <math>h_0</math> را پس از اینکه فیلم سیال به سرعت حدی می‌رسد بدست آورید؟ در چه فاصله‌ای از سطح شیبدار لایه مرزی حرارت با ضخامت سیال یکسان می‌شود؟</p>
۴۰	
۲۵	<p>اعداد پردازی کمتر از ۰.۵ داشته باشند. لایه مرزی حرارتی به ضخامت <math>\delta_t</math> از سطح با درصد خنثیت <math>\alpha</math> در این فاصله محدود می‌باشد. سرعت <math>u</math> از سطح آزاد <math>y=H</math> برپا می‌شود. عدد نوسلت موضعی از روی سطح با افق زاویه <math>\theta</math> می‌باشد. این ارقام روشی از تابعیت انتقال پتانسیل پایین، شانه دید که عدد نوسلت موضعی با رابطه زیر بدست می‌آید: <math>Nu = 0.004 Pr^{1/2} Re^{1/4}</math> (راهنمندی: لا این مقیاسی معادله انرژی مرزی لایه مرزی حرارتی و استخراج را به کمک آن متغیر تشابهی را اصفه کنید)</p>
۲۵	<p>۱) صفت تغذیه از برگ به الگوی دهنده ای خواهد بود.</p> <p>۲) این سرعت طبیعتی می‌باشد که سرعت در مجاور سیال در مقابل درجه ای باشد.</p> <p>۳) در این سرعت از سطح آزاد این اتفاق ممکن است اتفاق بگذرد که سرعت لحظه ای سرعت حرد می‌شود که ناسده مرزی می‌باشد نویز نوکس، این اتفاق اینکه سرعت در نزدیکی سطح آزاد <math>0 &lt; y &lt; H</math> می‌باشد. حال اگر <math>0 &lt; y &lt; H</math> ناکهان می‌باشد سرعت <math>u = U_0</math> افزایش یافته توپی سرعتی دما را به اندی <math>1 &lt; \theta &lt; 90^\circ</math> به دعا افزایش یافته خواهد شد. (راهنمندی: معادله توپی انتوکس آنالیز مقیاسی اینداده کرد و مبنیه لایه مرزی این سطح را محاسبه کنید و به نسبتی تغذیه از این سطح را تعریف کنید)</p>
۲۰	<p><math>h = \frac{C}{\sqrt{y}}</math></p> <p><math>h(x) = \frac{C}{\sqrt{x}}</math></p> <p><math>\theta = 1 - \frac{C}{U_0 \sqrt{x}}</math></p> <p><math>C = f(x)</math></p> <p><math>H - H + \frac{H}{L} n</math></p> <p>در این اظهار <math>n</math> انتقال حرارت از دو منفذ <math>q_1/q_2</math> را داشت. نسبت نزدیکی مسطح سطح سازماندهی</p>

1)

$$\text{Given: } \frac{u}{u_0} = 2 \frac{y}{H} - \left(\frac{y}{H}\right)^2$$

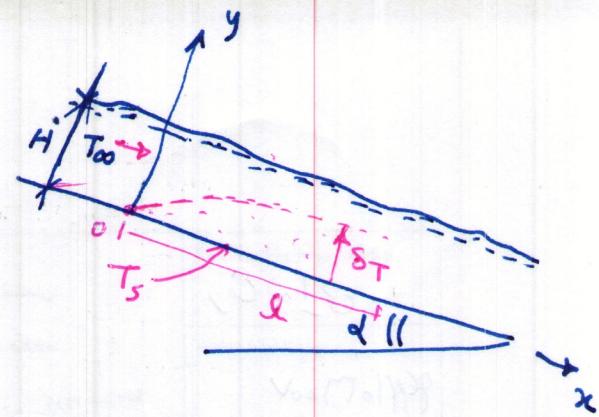
$u_0$  is free surface velocity

$$u|_{y=H} = u.$$

$T_s$  = wall temperature @  $x=0$

Laminar boundary layer,  $\frac{\delta t}{H} < 1$

$$T = b_0 + b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^3$$



Find:  $Nu_x = ?$ , total heat transfer from area "l x w",  $Q_{lw} = ?$

$u_0 = ?$  where the  $u$  is terminal velocity?

then @ which  $x$ ,  $\delta_t$  is equal to  $H$ ?

$$\text{Equation: } \frac{d}{dx} \int_u^Y u(T_{\infty} - T) = \frac{dT_{\infty}}{dx} \int_u^Y u dy + \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \nabla^2 u$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \nabla^2 v$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \nabla^2 w$$

Assumptions: 1. steady state, 2. laminar flow

3 - heat transfer from free surface is negligible

4 - Constant property.  $\Sigma \frac{\delta t}{H} < 1$ ,  $T_{\infty} = \text{Cont}$

$$T = T_s + b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y=0, T=T_s \longrightarrow b_0 = T_s \\ y=\delta_T, T=T_\infty \longrightarrow b_1 \delta_T + b_2 \delta_T^2 + b_3 \delta_T^3 = T_\infty - T_s \\ y=\delta_T \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \longrightarrow b_1 + 2b_2 \delta_T + 3b_3 \delta_T^2 = 0 \\ y=0 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \longrightarrow b_2 = 0 \end{array} \right.$$

$-3b_3 \delta_T^3 + b_3 \delta_T^3 = T_\infty - T_s$

$b_1 \delta_T + b_3 \delta_T^3 = T_\infty$

$b_1 + 3b_3 \delta_T^2 = 0 \rightarrow b_1 = -3b_3 \delta_T^2$

$b_3 = \frac{T_\infty - T_s}{-2 \delta_T^3}$

$b_1 = \frac{3}{2} \frac{T_\infty - T_s}{\delta_T}$

$$T = T_s + \frac{3}{2} \frac{T_\infty - T_s}{\delta_T} y + \frac{T_\infty}{-2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3$$

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = \frac{3}{2} \frac{y - \frac{1}{2} \frac{y^3}{\delta_T^2}}{\delta_T} = \frac{\frac{3}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3}{\delta_T}$$

$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = \frac{3}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3$

∴  $y = 0$  时  $T = T_s$ ,  $y = \delta_T$  时  $T = T_\infty$

$$\frac{d}{dx} \int u(T_\infty - T) dy = \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

$$T - T_s = (T_\infty - T_s) \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3 \right]$$

$$T - T_\infty + T_\infty - T_s = (T_\infty - T_s) \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3 \right]$$

$$T - T_\infty = [T_\infty - T_s] \left[ \frac{3}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3 - 1 \right]$$

$$T_\infty - T = (T_\infty - T_s) \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3 \right]$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_T} u_0 \left[ 2 \frac{y}{H} - \left( \frac{y}{H} \right)^2 \right] (T_\infty - T_s) \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3 \right] dy = \alpha \left[ T_\infty - T_s \right] \left[ \frac{3}{2} \frac{1}{\delta_T} - \frac{3}{2} \frac{1}{\delta_T^3} \right]$$

$$u_0 (T_\infty - T_s) \frac{d}{dx} \int_0^{\delta_T} \left[ 2 \frac{y}{H} - \left( \frac{y}{H} \right)^2 \right] \left[ 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_T} \right)^3 \right] dy = \alpha (T_\infty - T_s) \frac{3}{2} \frac{1}{\delta_T}$$

$$\frac{y}{\delta_T} = m \rightarrow \frac{1}{\delta_T} dy = dm, \quad dy = \delta_T dm$$

$$\frac{d}{dx} \frac{d}{dm} \left[ \int_0^1 \left[ 2 \left( \frac{\delta_T}{H} \right) m - \left( \frac{\delta_T}{H} \right)^2 m^2 \right] \left[ 1 - \frac{3}{2} m^2 + \frac{1}{2} m^3 \right] \delta_T dm \right] = \frac{3\alpha}{2\delta_T u_0}$$

$$\frac{d}{dm} \left[ \delta_T \int_0^1 \left( 2\Delta m - 3\Delta m^3 - \Delta m^4 - \Delta m^2 + \frac{3}{2} \Delta^2 m^4 + \frac{1}{2} \Delta^2 m^5 \right) dm - \frac{3\alpha}{2\delta_T u_0} \right]$$

$$\frac{d}{dm} \left[ \delta_T \left( \Delta m^2 - \frac{3}{4} \Delta m^4 - \frac{1}{5} \Delta m^5 - \frac{\Delta^2 m^3}{3} + \frac{3}{10} \Delta^2 m^5 + \frac{1}{12} \Delta^2 m^6 \right) \right] - \frac{3\alpha}{2\delta_T u_0}$$

$$\frac{d}{dx} \left[ S_T \left( \Delta - \frac{3}{4} \Delta - \frac{1}{5} \Delta - \frac{1}{3} \Delta^2 + \frac{3}{10} \Delta^2 + \frac{1}{12} \Delta^2 \right) \right] = \frac{3\alpha}{2S_T u_0}$$

$$\frac{d}{dx} \left[ S_T \left[ \frac{(20-15-4)}{20} \Delta + \frac{-40+36+10}{120} \Delta^2 \right] \right] = \frac{3\alpha}{2S_T u_0}$$

$$\frac{d}{dx} \left[ S_T \left( \frac{\Delta}{20} - \frac{1}{160} \Delta^2 \right) \right] = \frac{3\alpha}{2S_T u_0}$$

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{S_T^2}{20H} - \frac{7}{60} \frac{S_T^3}{H^2} \right] = \frac{3\alpha}{2S_T u_0}$$

$$\frac{S_T^3}{H^2} \ll \frac{S_T^2}{H} \rightarrow$$

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{S_T^2}{20H} \right] = \frac{3\alpha}{2S_T u_0} \rightarrow \frac{1}{20H} S_T^2 \frac{dS_T}{dx} = \frac{3\alpha}{2u_0}$$

$$S_T^2 \frac{dS_T}{dx} = \frac{30\alpha}{2u_0} \rightarrow \frac{S_T^3}{3} = \frac{30\alpha H}{2u_0} x + C$$

$$x=0 \rightarrow C=0 \rightarrow S_T^3 = \frac{90\alpha H}{2u_0}$$

$$S_T = \sqrt[3]{\frac{90\alpha H x^2}{2u_0}} \Rightarrow \frac{S_T}{x} = \sqrt[3]{\frac{90\alpha H}{2u_0 x^2}}$$

$$h_s = \frac{-K \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = \frac{-K \left[ (T_\infty - T_s) \frac{3}{2} \frac{1}{\delta_T} - \frac{3}{2} \frac{x^2}{\delta_T^3} \right] \Big|_{y=0}}{(T_s - T_\infty)}$$

$$h = \frac{3}{2} \frac{K}{\delta_T}$$

$$h = \frac{3}{2} \frac{K}{\pi \left( \frac{90 \alpha H}{2 u_* x^2} \right)^{1/3}} \rightarrow \frac{hx}{K} = Nu_x = \frac{3}{2} \frac{1}{\left( \frac{90 \alpha H}{2 u_* x^2} \right)^{1/3}}$$

$$Nu_x = \frac{3}{2} \left( \frac{2 u_* x^2}{90 \alpha H} \right)^{1/3} = \frac{3}{2} \left[ \frac{2 u_* H}{90 \alpha} \cdot \frac{x}{x} \cdot \left( \frac{x}{H} \right)^2 \right]^{1/3}$$

$$= \frac{3}{2} \left[ \frac{2}{90} R_{eH} Pr \left( \frac{x}{H} \right)^2 \right]^{1/3}$$

$$Nu_x = \frac{\left[ \frac{27 K x^3}{8 \times 90} R_{eH} Pr \left( \frac{x}{H} \right)^2 \right]^{1/3}}{4} = \frac{\left( \frac{3}{4} \right)^{1/3} R_{eH}^{1/3} Pr^{1/3} \left( \frac{x}{H} \right)^{2/3}}{4}$$

$$\frac{hx}{K} = \left( \frac{3}{4} \right)^{1/3} R_{eH}^{1/3} Pr^{1/3} \left( \frac{x}{H} \right)^{2/3} \rightarrow h = \left( \frac{3}{4} \right)^{1/3} K R_{eH}^{1/3} Pr^{1/3} \left( \frac{x}{H} \right)^{2/3}$$

$$q_x = h_x (T_s - T_\infty)$$

$$Q = \int q_x dA = \int q_x w dx = N \int \left( \frac{3}{4} \right)^{1/3} K R_{eH}^{1/3} Pr^{1/3} \left( \frac{x}{H} \right)^{2/3} dx$$

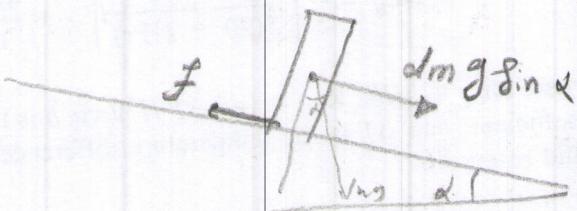
$$Q = \frac{3}{2} \left( \frac{3}{4} \right)^{1/3} K (T_s - T_\infty) W (\Pr \text{Re}_H)^{1/3} \left( \frac{L}{H} \right)^{2/3}$$

$$\frac{Q}{(T_s - T_\infty) W K} = \frac{3}{2} \left( \frac{3}{4} \right)^{1/3} (\Pr \text{Re}_H)^{1/3} \left( \frac{L}{H} \right)^{2/3}$$

10

نیز اینجا نیز  $U_0$  سه برابر

مقدار  $U_0$  را در اینجا می‌توان بدست این معادله محاسبه کرد:



$$f = T dx = \mu \frac{\partial u}{\partial y} dx = \mu \frac{2 u_0 \alpha H}{H} dx = \frac{\rho A H dx g \sin \alpha}{dm}$$

$$U_0 = \frac{g H^2 \sin \alpha}{2 \mu} = \frac{g H^2 \sin \alpha}{2 \nu}$$

10

$$\delta_T = \sqrt[3]{\frac{90 \alpha \chi H}{2 U_0}} \rightarrow \delta_T = H \rightarrow \chi = X$$

$$H = \sqrt[3]{\frac{90 \alpha \chi H}{2 U_0}} \Rightarrow H^3 = \frac{90 \alpha \chi H}{2 U_0} \rightarrow \chi = \frac{2 U_0 H^2}{90 \alpha}$$

$$\chi = \frac{2 U_0 H^2}{90 \alpha}$$

$$\delta_T = \sqrt[3]{\frac{90 \alpha \chi H}{2 U_0}}$$

10

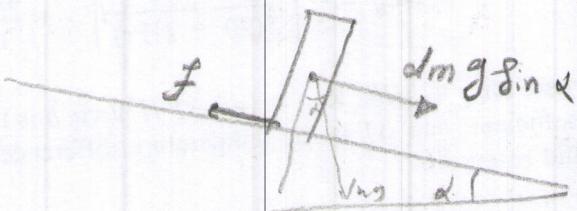
$$Q = \frac{3}{2} \left( \frac{3}{4} \right)^{1/3} K (T_s - T_\infty) W (\Pr \text{Re}_H)^{1/3} \left( \frac{L}{H} \right)^{2/3}$$

$$\frac{Q}{(T_s - T_\infty) W K} = \frac{3}{2} \left( \frac{3}{4} \right)^{1/3} (\Pr \text{Re}_H)^{1/3} \left( \frac{L}{H} \right)^{2/3}$$

10

نیز اینجا نیز  $U_0$  سه برابر

مقدار  $U_0$  را در اینجا می‌توان بدست این معادله محاسبه کرد:



$$f = T dx = \int \frac{\partial u}{\partial y} dy dx = \int \frac{2 u_0 \alpha H}{H} dx = \frac{\rho A H dx g \sin \alpha}{dm}$$

$$U_0 = \frac{g H^2 \sin \alpha}{2 J} = \frac{g H^2 \sin \alpha}{2 \cdot 2}$$

10

$$\delta_T = \sqrt[3]{\frac{90 \alpha \chi H}{2 U_0}} \rightarrow \delta_T = H \rightarrow \chi = ?$$

$$H = \sqrt[3]{\frac{90 \alpha \chi H}{2 U_0}} \Rightarrow H^3 = \frac{90 \alpha \chi H}{2 U_0} \rightarrow \chi = \frac{2 U_0 H^2}{90 \alpha}$$

$$\chi = \frac{2 U_0 H^2}{90 \alpha}$$

$$\delta_T = \sqrt[3]{\frac{90 \alpha \chi H}{2 U_0}}$$

10

# پیالات - درس هم رسانی های کار

نام و نام خانوادگی دانشجو:	برگه سوال میانترم درس: انتقال حرارت پایه‌ای نیمسال: دوم ۹۳-۱۳۹۲	نام استاد: محمد صادق ولی پور گروه آموزشی: مهندسی مکانیک	دانشگاه هنر اسلامی
شماره دانشجویی:	تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۳/۲۸ شماره صفحه: ۹ زمان پاسخگویی: ۱۸۰ دقیقه	تعداد سوال: ۴	دانشکده مهندسی
	نوع امتحان: جزوه باز <b>جزوه بسته</b> غیر مجاز استفاده از ماشین حساب: <b>مجاز</b>		

کن ب باز

بارم	<p>۱- اف- یک صفحه برگه درون سیالی به نهایتی مطابق شکل قرار گرفته است. ناگهان صفحه با سعت <math>U_0</math> شروع به حرکت می‌کند اگر از صرفنظر کردن و خواص را ثابت بگیرید می‌باشد استفاده از آنالیز مقاسی معادله نویس-استوکس را ساده نموده و فهمیاس <math>\delta(t)</math> را بیاید. حال معادله ساده شده را حل کرده و پروفیل سرعت را بیاید.</p> <p>ب- حال اگر دمای سیال <math>T_{\infty}</math> باشد و ناگهان دمای صفحه را <math>T_0</math> بزرگتر از دمای سیال برسانید، با استفاده از آنالیز مقاسی معادله انرژی را ساده نمایید و مرتبه <math>(1)</math> <math>\delta(t)</math> را بدست آورید؟</p>	
۲۵	<p>۲- مطابق شکل جریان هوا درون یک مجرد سطح سطح سیال <math>4cm \times 4cm</math> در سطح ساده می‌شود تا دمای آن از <math>20</math> درجه سانتیگراد <math>140</math> درجه سانتیگراد بشهد. درینجا دمای سیال <math>T_{\infty} = 20</math> درجه سانتیگراد، سرعت سطح <math>U_0 = 590 W/m^2</math> و سطح سیال می‌گردد. سرعت سطح <math>U_0 = 590 W/m^2</math> در نظر بگیرید. بیشترین دمای سطح محاجرا را تعیین کنید از آثار طول درودی صرفنظر کنید.</p>	
۲۰	<p>۳- صفحه تخت <math>L = 1</math> در باقیتی جریان سیالی به سرعت و دمای <math>T_{\infty}, U_0, T_0</math> به صورت افقی قرار گرفته است. در اطراف صفحه معادله ممتنع به صورت <math>\rho \nabla P = \nabla V</math> بونسا می‌شود که <math>\beta</math> از زوایا سیال می‌باشد.</p> <p>حال اگر بتوان از گردانی فشاری <math>P</math> از اطراف صفحه صرفنظر کرد، با احتساب اثرهای دستگاه موضعی و عدد نوسلت سانگین روی صفحه را به دست آورد!</p>	
۱۰	<p>Incompressible fluid flows in a long tube of radius <math>r_0</math>. The fluid is set in motion due to an axial pressure gradient (<math>\partial P / \partial x</math>). The surface of the tube is maintained at uniform temperature <math>T_0</math>. Taking into consideration dissipation, assuming axisymmetric laminar flow and neglecting gravity, axial temperature variation and end effects, determine:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>[a] Fluid temperature distribution.</li> <li>[b] Surface heat flux.</li> <li>[c] Nusselt number based on <math>T(0) - T_0</math>.</li> </ul>	

دانشجوی گرامی لطفاً در پایان جلسه امتحان، برگه سوالات را همراه پاسخنامه به مسئول جلسه تحويل نمایید.

(4)

- Given:
- Fluid motion is driven by axial pressure drop.
  - tube is long, or Fully developed flow ( $\frac{\partial}{\partial z} \approx 0$ )
  - $P = \text{Const}$ , incompressible
  - Heat is generated due to viscous dissipation.
  - it is removed from the fluid by conduction at surface.

Find:

- Temperature distribution?

- Velocity distribution?
- $q'' = ?$ ,  $Nu = ?$

~~Eq. Cont.~~ 
$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (P r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (P v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (P v_z) = 0$$

~~mom:~~ 
$$P \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial t} \right] =$$

~~fg~~ 
$$-\frac{\partial P}{\partial z} + f \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right]$$

Energy:

~~pcp~~ 
$$\left[ \frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right]$$

~~= K~~ 
$$\left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + f \Phi$$

$$\Phi = 2 \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right)^2 + 2 \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)^2 +$$

$$\left( \frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right)^2$$

$$+ \left( \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)^2$$

Continuity:  $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) = 0 \rightarrow r v_r = \text{Const} = f(z)$

$$v_r(r_0, z) = 0$$

$$\rightarrow r v_r = r_0 v_r(r_0, z) = 0 \Rightarrow \boxed{v_r = 0}$$

$$-\frac{\partial P}{\partial z} + \int \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dU_z}{dr} \right) = 0, \quad U_z = U_z(r)$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial U_z}{\partial r}$$

$$\rightarrow \frac{\partial P}{\partial z} - \int \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dU_z}{dr} \right) = g(r)$$

عنوان نتائج ۲ است:

$$P = g(r)z + C.$$

①

آنکه  $\int \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dU_z}{dr} \right) = 0$

از این نظر استگاه را در  $r$  می‌دانیم که  $r$  می‌باشد

$$dp = \frac{\partial P}{\partial z} dz + \frac{\partial P}{\partial r} dr \rightarrow P = f(r) \quad \text{II}$$

$$\text{I} = \text{II} \rightarrow f(z) = g(r)z + C \rightarrow g(r), \text{Cont.}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \int \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dU_z}{dr} \right) = C$$

$$\rightarrow U_z = \frac{1}{4\pi} \frac{dP}{dz} r^2 + c_1 \ln r + c_2$$

$$\rightarrow c_1, c_2, c_2 = \frac{1}{4\pi} \frac{dP}{dz} r^2$$

$$\frac{dU_z(0)}{dr} = 0, \quad U_z(r_0) = 0$$

$$U_z = -\frac{1}{4\pi} \frac{dP}{dz} (r^2 - r_0^2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z^2} = -\frac{\partial T}{\partial z} \cdot \frac{1}{r} = \sqrt{c_1} e^{j\omega t} \star$$

$$\kappa \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) + \mu \Phi = 0$$

: (i)  $\omega \neq 0$

$$\Phi = \left( \frac{\partial \omega}{\partial r} \right)^2 = \left( \frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dz} \right)^2 r^2$$

$$\rightarrow \kappa \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) + \mu \left[ \frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dz} \right]^2 r^2 = 0$$

$$\rightarrow \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = - \frac{1}{64K\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2 r^3$$

$$\rightarrow T = - \frac{1}{64K\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2 r^4 + C_3 \ln r + C_4$$

$$\begin{cases} r_{s0}, \frac{dT}{dr} = 0 \\ r=r_0, T=T_0 \end{cases} \rightarrow C_3 = 0, C_4 = T_0 + \frac{1}{64K\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)_0^2 r_0^4$$

$$T = T_0 + \frac{r_0^4}{64K\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2 \left( 1 - \frac{r^4}{r_0^4} \right)$$

$$\rightarrow q(r_0) = -\kappa \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = - \left( \frac{dP}{dz} \right)^2 \left( \frac{-4r_0^4}{64K\mu} \right) \frac{r_0^3}{r_0^4} \Big|_{r=r_0} = \frac{r_0^3}{16\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2$$

$$\text{Now } \frac{hD}{K} = \frac{2hr_0}{K}, \quad h = \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0}$$

$$T_s = T_0 + \frac{r_0^4}{64K\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2$$

$$\frac{(T_{s0} - T_0)}{(T_{s0} - T_0)} \Rightarrow h = \frac{\frac{r_0^3}{16\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2}{\frac{r_0^4}{64K\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2} = \frac{4K}{r_0}$$

$$\kappa \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) + \mu \Phi = 0$$

: (i)  $\omega \neq 0$

$$\Phi = \left( \frac{\partial \omega}{\partial r} \right)^2 = \left( \frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dz} \right)^2 r^2$$

$$\rightarrow \kappa \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) + \mu \left[ \frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dz} \right]^2 r^2 = 0$$

$$\rightarrow \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = - \frac{1}{64K\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2 r^3$$

$$\rightarrow T = - \frac{1}{64K\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2 r^4 + C_3 \ln r + C_4$$

$$\begin{cases} r_{s0}, \frac{dT}{dr} = 0 \\ r=r_0, T=T_0 \end{cases} \rightarrow C_3 = 0, C_4 = T_0 + \frac{1}{64K\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)_0^2 r_0^4$$

$$T = T_0 + \frac{r_0^4}{64K\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2 \left( 1 - \frac{r^4}{r_0^4} \right)$$

$$\rightarrow q(r_0) = -\kappa \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = - \left( \frac{dP}{dz} \right)^2 \left( \frac{-4r_0^4}{64K\mu} \right) \frac{r_0^3}{r_0^4} \Big|_{r=r_0} = \frac{r_0^3}{16\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2$$

$$\text{Now } \frac{hD}{K} = \frac{2hr_0}{K}, \quad h = \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0}$$

$$T_s = T_0 + \frac{r_0^4}{64K\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2$$

$$\frac{(T_{s0} - T_0)}{(T_{s0} - T_0)} \Rightarrow h = \frac{\frac{r_0^3}{16\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2}{\frac{r_0^4}{64K\mu} \left( \frac{dP}{dz} \right)^2} = \frac{4K}{r_0}$$