

home work 1

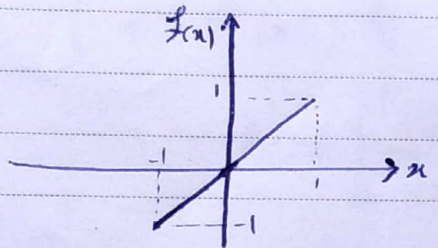
سری فوريه و انتگرال فوريه و همگرایی و نيم فوريه

۱- سری فوريه تابع $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & 1 < x < 2 \end{cases}$ را بنویسید؟

۲- سری فوريه تابع $f(x) = |x|$ را تعیین کنید و انتگرال از این سری، سری فوريه تابع $g(x)$ را نیز تعیین کنید؟

$$g(x) = \begin{cases} |x| & \text{if } |x| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{if } \frac{\pi}{2} < |x| < \pi \end{cases}$$

۳- تابع $f(x)$ به شکل زیر مشخص است، اگر $g(x) = \int f(x) dx$ و $g(0) = -\frac{1}{3}$ ، در این صورت مقدار a در سری فوريه تابع $g(x)$ چقدر است؟



۴- علامت هم و همسر سری فوريه تابع $f(x) = e^{2x}$ و $x < \pi$ چیست؟

۵- سری فوريه تابع متناوب $f(x) = |x|$ و $-\pi < x < \pi$ با دوره تناوب 2π چیست؟

۶- سری فوريه تابع $f(x) = \begin{cases} 1+2x & -1 < x < 0 \\ 1-2x & 0 < x < 1 \end{cases}$ را تعیین کنید و بگردان حاصل سری $S = \frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \dots$ را بنویسید؟

تعیین کنید؟

۷- معادله دیفرانسیل $f(t) = f(t+2\pi)$ و سری فوريه آن به هم بریزد؟

$$\ddot{y} + 9y = F(t)$$

$$y(0) = 0$$

$$\dot{y}(0) = 0$$

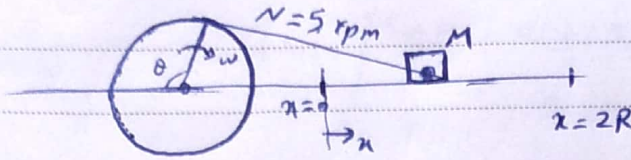
$$F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{c_n e^{int}}{n} + (-1)^n \frac{\sin nt}{n} \right]$$

۸- معادله مقابل را حل کنید

$$\ddot{y} + 9y = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(2n-1)t}}{(2n-1)^2}$$

9- با استفاده از تساوی پارسیوال و به دست آوردن بسط تیلر رانده کسینوس تابع $f(x) = x$ ، $0 < x < 2$ حاصل سری $A = \frac{1}{1^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \dots$ چیست؟

10- معلوم است موقعیت لغزنده در زمانهای متفاوت، زمان t بر حسب ثانیه، سرعت آن بزرگی v و 5 rpm است؟
(سری فوریه موقعیت لغزنده؟)



11- انتگرال فوریه تابع زیر را بدست آورید و این انتگرال در دو ناحیه مقدار تابع چند است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \cos x & |x| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & |x| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

یعنی باید قیمت اول حاصل عبارت $\int_0^{\infty} \frac{(\cos \frac{\omega \pi}{2})^2}{(1-\omega^2)} d\omega$ را بدست آوریم؟

12- تابع $f(x)$ صورت $f(x) = \begin{cases} \sin x & 0 < x < \pi \\ 0 & x \leq 0, x \geq \pi \end{cases}$ تعریف شده است. با استفاده از انتگرال فوریه این تابع

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\cos^2 \frac{\alpha \pi}{2}}{1-\alpha^2} d\alpha$$

محل I را بدست آوریم؟

13- انتگرال فوریه کسینوس تابع زیر را مشخص کنید و بسط تیلر این انتگرال در دو ناحیه مقدار تابع چند است؟

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x > 1 \\ 1-x & 0 < x < 1 \end{cases}$$

یعنی باید قیمت اول مقدار مقابل را بدست آوریم؟ $I = \int_0^{\infty} \frac{1-\cos x}{x^2} dx$

14- با نوشتن انتگرال فوریه برابر تابع $f(x) = e^{-x}$ مقدار انتگرال زیر را بدست آوریم $x > 0$ بدست آوریم؟

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\cos \omega x + \omega \sin \omega x}{1+\omega^2} d\omega$$

۱۵- انگره فوریه $f(x)$ را حساب کنید و مشخص کنید که این انگره معکوس است یا نه، چگونه؟

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \cos x & |x| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & |x| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

۱۶- انگره فوریه سینوس تابع $f(x) = \begin{cases} \sin x & 0 < x < \pi \\ 0 & x < 0 \end{cases}$ را حساب کنید؟

۱۷- با استفاده از انگره فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$ و حاصل انگره زیر را حساب کنید

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\sin \omega^3}{\omega} d\omega$$

۱۸- تبدیل فوریه سینوس تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$ را حساب کنید؟

$$f(x) = e^{-x} \cos x$$

۱۹- تبدیل فوریه سینوس تابع زیر را بنویسید!

۲- تبدیل فوریه تابع $f(x) = \delta(x-a) \frac{e^{-bx^2}}{x^2+1}$ را حساب کنید؟