

(P.D.E.)

1- جواب مسئله معادله موج مقابل؟
 $u_{tt} = u_{nn} ; 0 < x < \pi, t > 0$

$$u(x, 0) = 1, u_t(x, 0) = 0 \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \quad ; t > 0$$

2- مطلوب است تعیین جری پتانسیل، دما، و ... مقابل؟
 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial u}{\partial t} \right)$
 $0 \leq x \leq a, 0 \leq t \leq \infty, \alpha < \frac{2\pi c}{a}$

15
$$\begin{cases} u(0, t) = 0 \\ u(a, t) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} u(x, 0) = 0 \\ u_t(x, 0) = V(x) \end{cases}$$

3- مسئله موج به این معادله مقابل؟
 $u_{tt} = u_{nn} \quad 0 < x < 1, t > 0$

15
$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, t > 0 \\ u(1, t) = \cos \omega t, t > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} u(x, 0) = x \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0 \end{cases} \quad 0 < x < 1$$

4- معادله موج را با شرایط داده شده، تطبیق کنید؟

$$\begin{cases} u_{tt} = c^2 u_{nn} - h u \\ u(0, t) = u(l, t) = 0 \\ u_t(x, 0) = 0, u(x, 0) = 3 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \end{cases}$$

الف) مدل فیزیکی این مسئله را شرح کنید؟
 ب) سینوس معادله را حل کنید؟

25
$$u_{tt} = u_{nn} - \alpha u_t$$

$$u(0, t) = u(l, t) = 0$$

$$u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = f(x)$$

د- معادله را با شرایط داده شده، تطبیق کنید!

$$3u_{tt} - 4u_{xt} + u_{xx} = 0, \quad -\infty < x < +\infty, \quad t > 0$$

۶- مطلوب است حل معادله معین زیر

$$u(n, 0) = n, \quad u_t(n, 0) = 0$$

از تغییر متغیر مقابل استفاده کنید؟

$$\begin{cases} \xi = n \\ \eta = 2n + t \end{cases}$$

۷- فرض کنید $u(x, t)$ ، $b > 0$ ، $x < 1$ ، $t > 0$ ، معادله $u_{tt} = u_{xx} + b x^2$ را حل کنید.

$$u_x(0, t) = 0, \quad t > 0$$

$$u(1, t) = 1$$

$$u(n, 0) = u_0$$

$$u_t(n, 0) = 0$$

۸- مطلوب است حل معادله موج دو بعدی با شرایط انتزاعی زیر در مربع $\pi \times \pi$ را حل کنید.

$$u_{xx} + u_{yy} = \frac{1}{c^2} u_{tt}$$

$$u(0, y, t) = u(\pi, y, t) = 0$$

$$u(x, 0, t) = u(x, \pi, t) = 0$$

$$u(x, y, 0) = \sin xy$$

$$u_t(x, y, 0) = y \cos xy$$

۹- معادله حرارت مقابل را حل کنید؟

$$u_t = \alpha^2 u_{xx}$$

$$u(n, 0) = \sin \pi n$$

$$u(0, t) = u(1, t) = 0$$

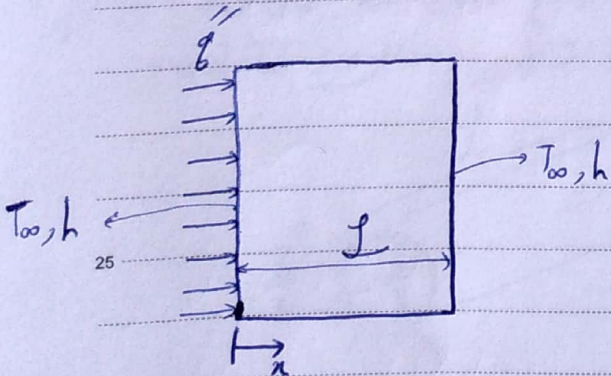
۱۰- دمای یک جسم در یک نقطه مقابل را حل کنید.

معادلات حاکم به صورت زیر است:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\text{B.C.} \begin{cases} T'' + K \frac{\partial T}{\partial n}(0, t) = h[T(0, t) - T_\infty] \\ \frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = -\frac{h}{K}[T(L, t) - T_\infty] \end{cases}$$

$$\text{I.C. } T(n, 0) = T_\infty$$



$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - m(T - T_\infty) = 0$$
$$u_n(0, t) = u_n(\pi, t) = 0 \quad ; t > 0$$

$$u_t(n, 0) = 0 \quad ; 0 < \pi < \pi$$



A hand-drawn diagram showing a particle (represented by a circle with a smaller circle inside) in a potential well (represented by a shaded rectangular region). The particle is labeled with R_0 and T_L . To the right of the particle, there is a label g''/k .

$$-k \frac{\partial T}{\partial z}(r, 0) = h [T(r, 0) - T_{\infty}]$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial z}(r, L) = h[T(r, L) - T_\infty]$$

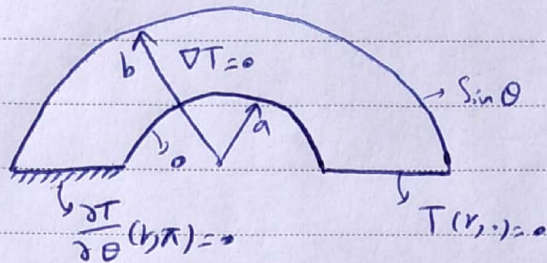
۱۵- پاسخ مسأله انتقال در یک پاره مستطیل

$$\begin{cases} T_{xx} + T_{yy} = 0 & 0 < x < L, 0 < y < L \\ T(0, y) = T(L, y) = T(x, 0) = 0, T(x, L) = f(x) \end{cases}$$

5

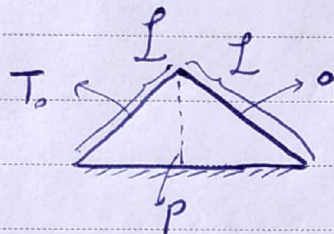
۱۶- مطلوب است حل معادله لاپلاس برای یک پاره دایره

$$\begin{aligned} \nabla^2 T &= 0 \\ T(a, \theta) &= 0 \\ T(b, \theta) &= \sin \theta \\ T(r, 0) &= 0 \\ \frac{\partial T}{\partial \theta}(r, \pi) &= 0 \end{aligned}$$



10

۱۷- در یک شبکه یک P در یک پاره مستطیل قرار دارد؟



مطلوب است حل معادله زیر:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = c^2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

15

۱۸- جواب مسأله لاپلاس

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 0 & 0 < x < a, 0 < y < b \\ u(0, y) = u(a, y) = u(x, 0) = 0, u(x, b) = f(x) \end{cases}$$

15

$$u_t = u_{xx} + cx$$

۱۹- مسأله انتقال در یک پاره مستطیل

20

$$u_x(0, t) = 0$$

$$u_x(1, t) = 1$$

$$u(x, 0) = W$$

25

۲۰- جواب مسأله انتقال در یک پاره مستطیل (معادله اشوم لیویل)

$$y'' + \lambda y = 0$$

$$y(0) = y(1) = 0$$